

# Elektrizitätsderivate

## Eine Einführung in die Bewertung

Dr. Matthias Mayr  
11.10.2002

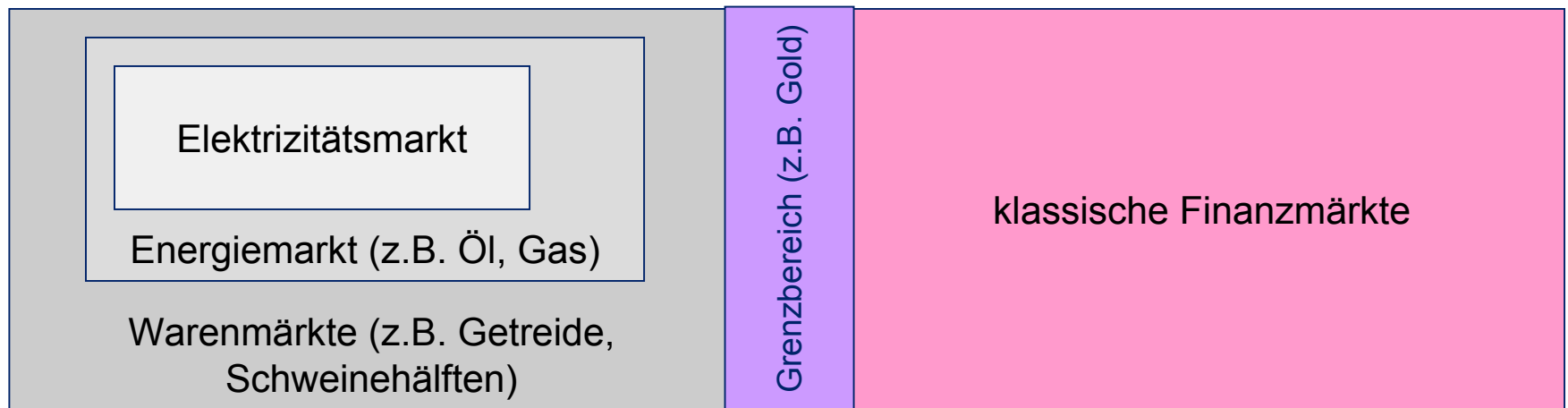


# Agenda

- **Elektrizitätsmarkt im Überblick**
- **Spotmarkt**
  - Datenanalyse
  - Modellierung
- **Terminmarkt**
  - Terminpreisbestimmung
  - Forwardkurvenmodellierung
- **Optionen**

# Elektrizitätsmarkt

- Liberalisierung des Elektrizitätsmarktes im Rahmen der Reform des Energiewirtschaftsrechts im Frühjahr 1998
- Einordnung und Abgrenzung des Elektrizitätsmarktes



## Elektrizitätsmarkt

- Handelsplätze
  - OTC-Markt (Forwards)
    - Brokerplattformen
    - Telephonhandel
  - Börsen (Spot, Futurehandel, Clearing)
- Marktteilnehmer
  - Energieerzeuger
  - Energieversorger (z.B. Stadtwerke)
  - Energiehändler (Tochtergesellschaften von Energieerzeugern/versorgern, auch Banken)
- Beispiele für Marktteilnehmer unter [www.lpx.de](http://www.lpx.de)

# Agenda

- Elektrizitätsmarkt im Überblick
- **Spotmarkt**
  - Datenanalyse
  - Modellierung
- Terminmarkt
  - Terminpreisbestimmung
  - Forwardkurvenmodellierung
- Optionen

## Motivation: Bewertung in klassischen Finanzmärkten

- Derivat: Finanzprodukt, dessen Auszahlungsprofil vom Preis des Basiswertes (Underlying) zu einem oder mehreren Zeitpunkten abhängt
- Zentrale Voraussetzung der Black-Scholes-Theorie: Preisdynamik des jederzeit handelbaren Basiswertes folgt der stochastischen Differentialgleichung

$$dS_t = S_t \mu dt + S_t \sigma dW_t$$

- Ergebnisse der Black-Scholes-Theorie:
  - Replikation des Derivates durch Basiswert und Geldmarktkonto
  - Preis relativ zum Preis des Basiswertes

## Spotmarkt

- Definition: Handel mit Kontrakten, die Lieferung von Strom am nächsten Tag implizieren
- Beispiele:
  - Stunden-Kontrakt: Bindende Vereinbarung für eine volle Stunde (z.B. 8:00-9:00) des folgenden Tages Strom konstanter Leistung zu liefern bzw. zu beziehen und dafür einen festen Geldbetrag zu erhalten bzw. zu bezahlen.

## Spotmarkt

- Preise an der Energiebörse EEX (LPX)

Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]	Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]	Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]
1	16.48	2795	11	39.65	2722	21	23.92	2992
2	15.99	2570	12	121.31	2993	22	21.64	2764
3	15.27	2454	13	45.38	2785	23	28.01	3044
4	15.36	2459	14	28.34	2952	24	20.51	2875
5	15.91	2583	15	27.35	2433	Baseload	27.71	63372
6	15.93	2439	16	23.95	2319	Peakload	35.68	31013
7	17.04	2560	17	20.99	2502	Baseload/kont.	31.57	27960
8	30.93	2822	18	20.79	2683	Peakload/kont.	44.58	4020
9	27.35	2230	19	20.17	2514			
10	32.21	2467	20	20.64	2413			

## Spotmarkt

- Definition: Handel mit Kontrakten, die Lieferung von Strom am nächsten Tag implizieren
- Beispiele:
  - Stunden-Kontrakt: Bindende Vereinbarung für eine volle Stunde (z.B. 8:00-9:00) des folgenden Tages Strom konstanter Leistung zu liefern bzw. zu beziehen und dafür einen festen Geldbetrag zu erhalten bzw. zu bezahlen.
  - Baseload-Kontrakt: Lieferung/Abnahme von Strom konstanter Leistung für den ganzen Tag im Austausch gegen festen Geldbetrag
  - Peakload-Kontrakt: Lieferung/Abnahme von Strom konstanter Leistung für die Kernzeit des Tages (8:00-20:00) im Austausch gegen festen Geldbetrag

## Spotmarkt

- Baseload und Peakload sind Derivate der Stundenkontrakte
- Arbitrage-Bedingungen zwischen den Preisen der Stundenkontrakte und den Preisen von Baseload- und Peakload-Kontrakt:

$$P_{Baseload} = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} P_i$$

$$P_{Peakload} = \frac{1}{12} \sum_{i=9}^{20} P_i$$

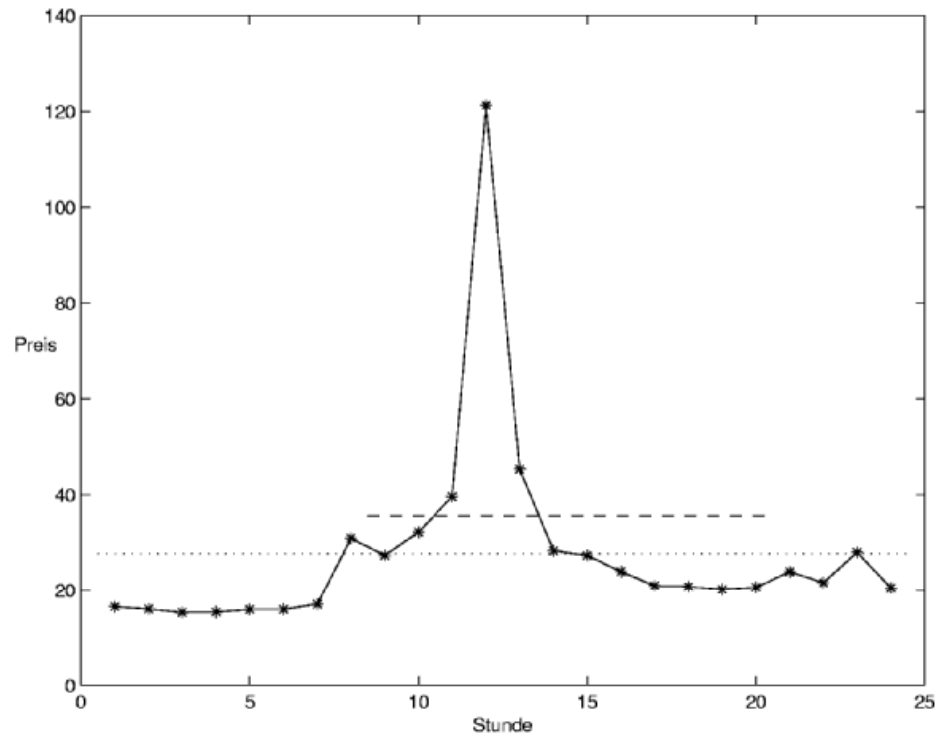
## Spotmarkt

- Preise an der Energiebörse EEX (LPX)

Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]	Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]	Stunde i	P [Euro/MWh]	V [MWh]
1	16.48	2795	11	39.65	2722	21	23.92	2992
2	15.99	2570	12	121.31	2993	22	21.64	2764
3	15.27	2454	13	45.38	2785	23	28.01	3044
4	15.36	2459	14	28.34	2952	24	20.51	2875
5	15.91	2583	15	27.35	2433	Baseload	27.71	63372
6	15.93	2439	16	23.95	2319	Peakload	35.68	31013
7	17.04	2560	17	20.99	2502	Baseload/kont.	31.57	27960
8	30.93	2822	18	20.79	2683	Peakload/kont.	44.58	4020
9	27.35	2230	19	20.17	2514			
10	32.21	2467	20	20.64	2413			

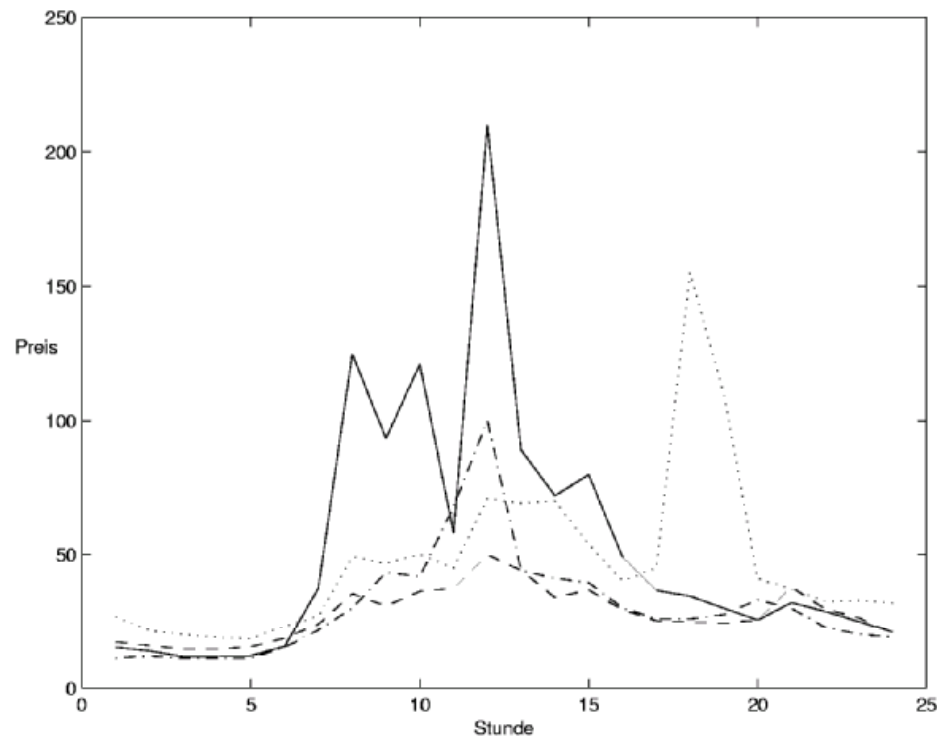
# Spotmarkt

- Stundenkontraktpreise als Funktion der Stunde



# Spotmarkt

- Stundenkontraktpreise an Arbeitstagen als Funktion der Stunde



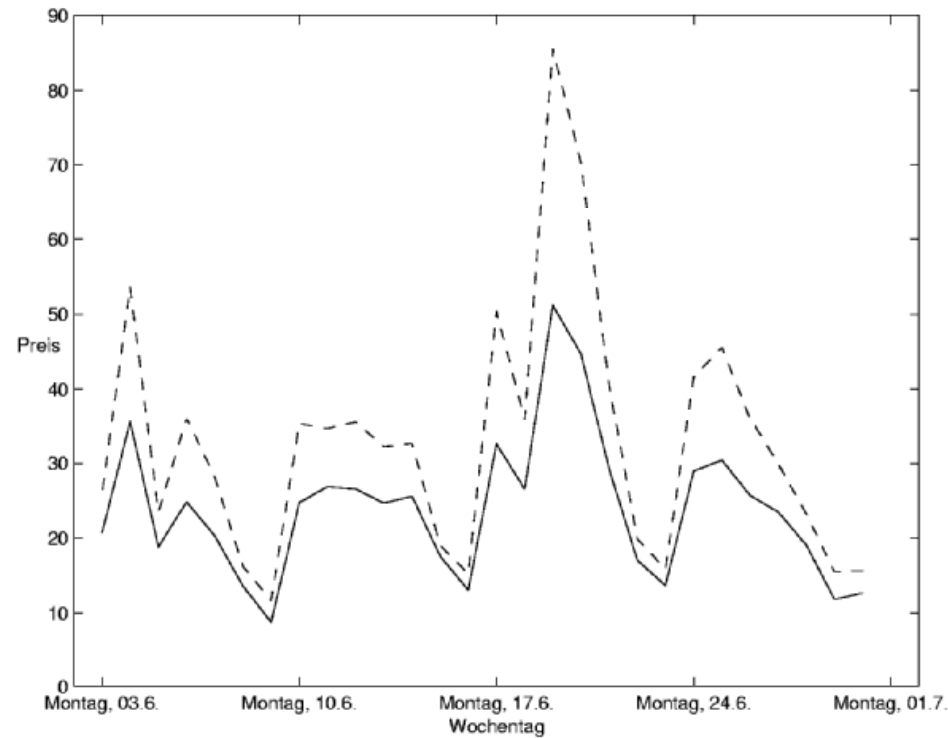
## Spotmarkt: Strompreise

### Stylisierte Eigenschaften:

- systematische Periodizität auf Tagesbasis.

# Spotmarkt

- historische Baseloadkontraktpreise über vier Wochen



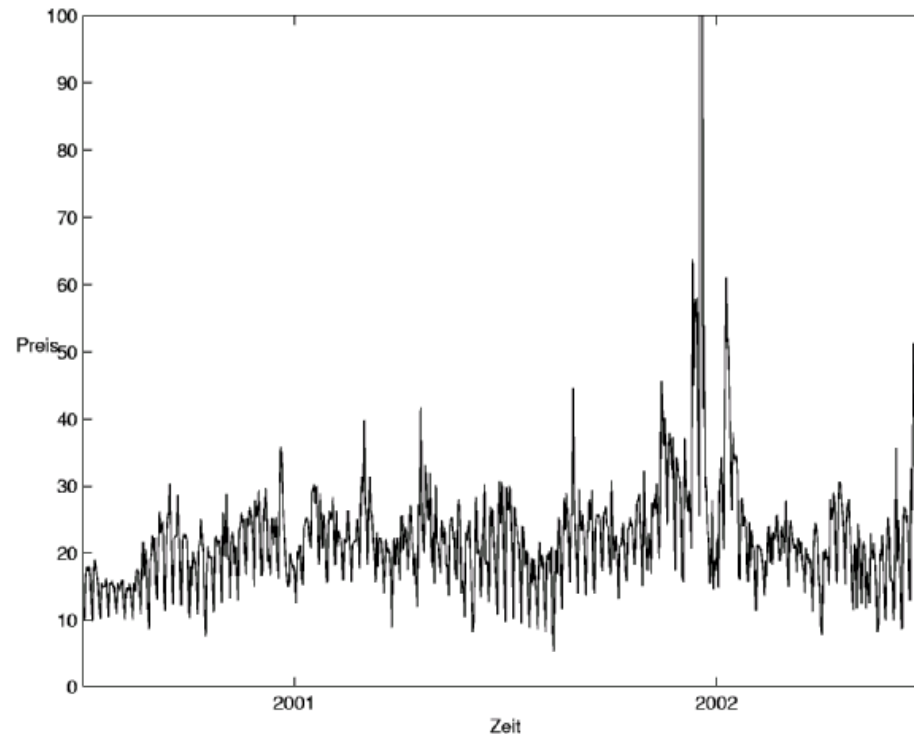
## Spotmarkt: Strompreise

### Stylisierte Eigenschaften:

- sehr starke Schwankungen  
(vgl. klassische  
Finanzmärkte)
- systematische Periodizität  
auf Tages-, Wochenbasis

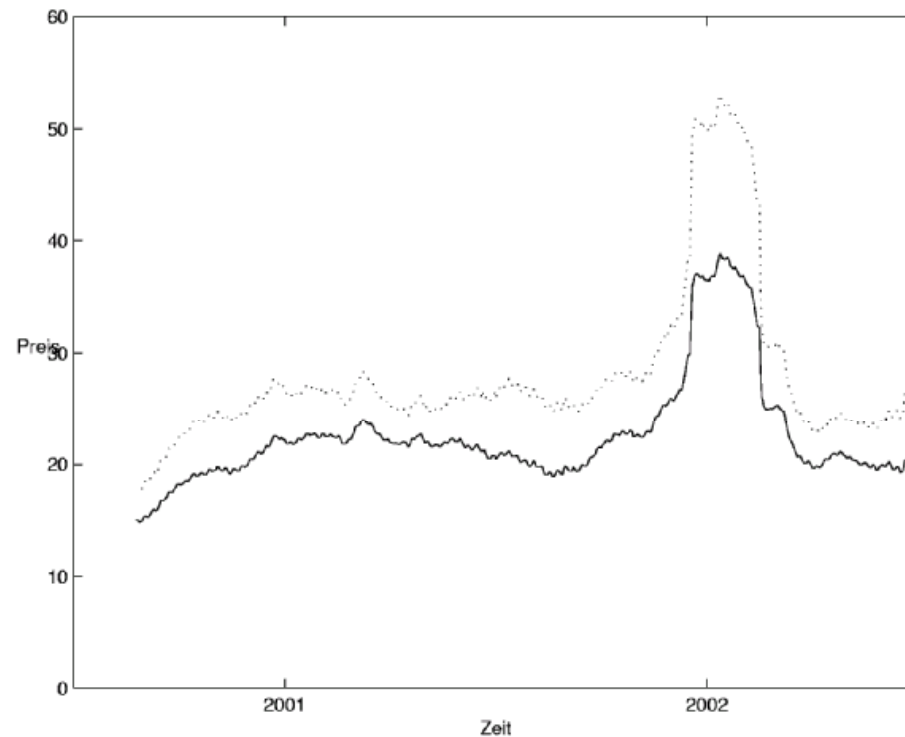
# Spotmarkt

- historische Baseloadpreise der letzten zwei Jahre



## Spotmarkt

- monatsgemittelte Base- und Peakloadpreise der letzten zwei Jahre



## Spotmarkt: Strompreise

### Stylisierte Eigenschaften:

- sehr starke Schwankungen (vgl. klassische Finanzmärkte)
- systematische Periodizität auf Tages-, Wochen- und Jahresbasis.
- Mean-Reversion

## Spotmarkt: Modellierung der Mean-Reversion

- Preisprozess kehrt auf mittleres Niveau zurück
- stochastische Differentialgleichung für den Ornstein-Uhlenbeck-Prozess (Vasicek Modell):

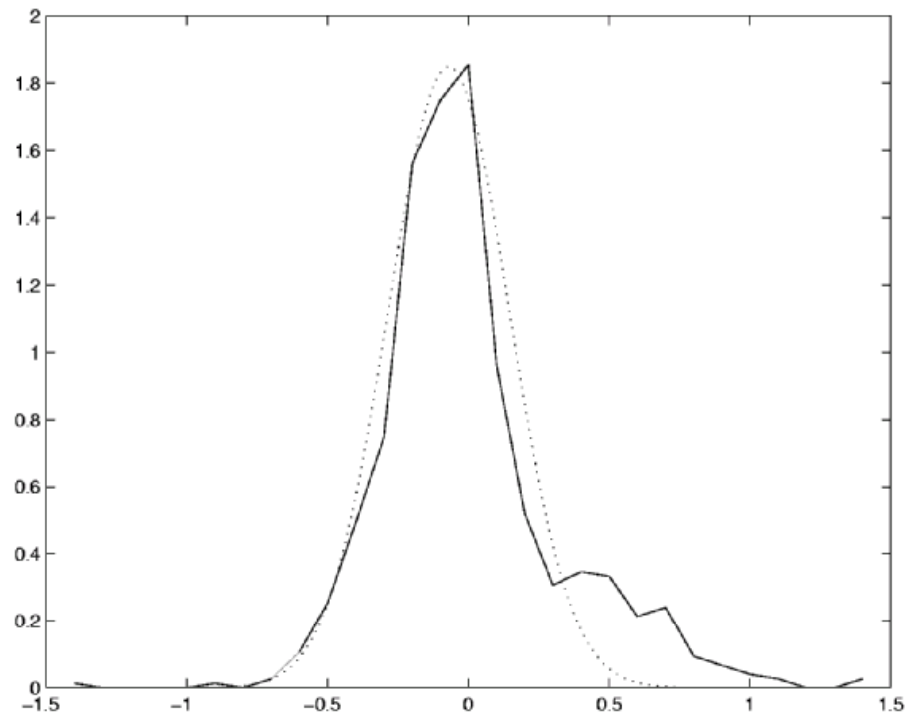
$$dX_t = k(u - X_t)dt + \sigma dW_t$$

- k: mean-reversion speed
- u: mean-reversion level
- $\sigma$ : Spotvolatilität
- mögliche Erweiterungen:
  - Zeitabhängige deterministische Funktionen u, k und  $\sigma$
  - exponentieller O-U-Prozess:

$$P_t = e^{X_t}$$

## Spotmarkt

- Histogramm der täglichen Returns im Vergleich mit der Normalverteilung  $R_t = \ln(P_{t+\Delta t} / P_t)$



## Spotmarkt: Strompreise

### Stylisierte Eigenschaften:

- sehr starke Schwankungen (vgl. klassische Finanzmärkte)
- systematische Periodizität auf Tages-, Wochen- und Jahresbasis.
- Mean-Reversion
- Fat Tails

## Spotmarkt: Strompreise

### Stylisierte Eigenschaften:

- sehr starke Schwankungen (vgl. klassische Finanzmärkte)
- systematische Periodizität auf Tages-, Wochen- und Jahresbasis.
- Mean-Reversion
- Fat Tails

### Stylisierte Ursachen:

- begrenzte Speicherbarkeit
- limitierte Angebotsmenge (durch Zahl und Kapazität von Kraftwerken)
- Nachfrage ist ziemlich inelastisch zum Preis
- Nachfrage hängt von Jahreszeit, Wochentag, Uhrzeit ab

# Agenda

- Elektrizitätsmarkt im Überblick
- Spotmarkt
  - Datenanalyse
  - Modellierung
- **Terminmarkt**
  - Terminpreisbestimmung
  - Forwardkurvenmodellierung
- Optionen

## Terminmarkt

- Definition: Handel mit Terminkontrakten (Forwards), die Lieferung von Strom in der weiteren Zukunft implizieren
- Beispiele:
  - Baseload-Terminkontrakt: Bindende Vereinbarung für einen zukünftigen Zeitraum (z.B. Januar 2003) jeden Tag Strom konstanter Leistung zu liefern bzw. zu beziehen und dafür bei Lieferung einen festen Geldbetrag zu erhalten bzw. zu bezahlen.
  - Peakload-Terminkontrakt: Lieferung/Abnahme von Strom konstanter Leistung jeden Tag in einem zukünftigen Zeitraum während der Kernzeit (8:00-20:00) im Austausch gegen festen Geldbetrag
- Definition Terminpreis (Forwardpreis): Preis, so daß der Terminkontrakt bei Abschluss für beide Parteien wertlos ist

## Terminmarkt

- Terminpreise für Base- und Peakloads

	Baseload			Peakload		
	Bid	Ask	Mid	Bid	Ask	Mid
August 2002	21.90	22.20	22.05	34.50	35.25	34.88
September 2002	23.75	24.05	23.90	36.50	37.25	36.88
October 2002	25.20	25.40	25.30	37.10	37.60	37.35
November 2002	27.60	28.00	27.80	41.70	42.10	41.90
December 2002	26.20	26.60	26.40	38.20	38.60	38.40
January 2003	27.30	27.90	27.60	40.25	41.00	40.63
February 2003	27.30	27.90	27.60	40.25	41.00	40.63
March 2003	24.00	24.50	24.25	34.00	35.00	34.50
April 2003	23.25	24.25	23.75	33.00	34.25	33.63
May 2003	19.75	20.50	20.13	30.00	30.75	30.38
June 2003	20.50	21.75	21.13	31.50	32.50	32.00
Quarter 4 2002	26.40	26.60	26.50	39.00	39.30	39.15
Quarter 1 2003	26.35	26.50	26.43	38.30	38.90	38.60
Quarter 2 2003	21.50	21.70	21.60	31.85	32.25	32.05
Quarter 3 2003	21.50	21.70	21.60	31.85	32.25	32.05
Quarter 4 2003	25.90	26.20	26.05	37.40	37.80	37.60
Quarter 1 2004	26.00	26.70	26.35	38.30	38.90	38.60
Calendar 2003	23.85	24.00	23.93	35.00	35.15	35.08
Calendar 2004	24.05	24.20	24.13	35.20	35.60	35.40
Calendar 2005	24.35	24.60	24.48	35.50	36.25	35.88
Calendar 2006	24.60	25.10	24.85	35.75	36.75	36.25

## Terminmarkt

- Arbitragefreiheit von zusammensetzbaren Kontrakten
  - Beispiel:

$$P_{Q_1} = \frac{P_J + P_F + P_M}{3}$$

## Zur Erinnerung: klassische Finanzmärkte

### Obere Grenze für Forwardpreis aus Arbitrageüberlegungen

- Voraussetzung
  - Refinanzierungssatz:  $r$
- Arbitragestrategie:
  - Kreditfinanziert kaufen
  - Halten
  - Bei Fälligkeit gegen Zahlung liefern
  - Kredit zurückzahlen
- No Arbitragebedingung:

$$F_T - Se^{rT} \leq 0$$

## Forwardpreise in Elektrizitätsmärkten

### Obere Grenze aus Arbitrageüberlegungen?

- Problem: begrenzte Speichermöglichkeiten verhindert effektives Halten
- Arbitragestrategie mit Pumpspeicherkraftwerk
  - Kreditfinanziert kaufen
  - Wasser mit Strom hochpumpen
  - Bei Lieferung potentielle Energie in Strom umwandeln
  - Kredit zurückzahlen
- Wirkungsgrad  $\approx$  verhindert harte obere Grenze

$$F_T \leq \frac{1}{\eta} S e^{rT}$$

## Forwardpreise

### Untere Grenze aus Arbitrageüberlegungen?

- Auch in klassischen Finanzmärkten nicht unproblematisch
  - Unter Annahme von Haltung für langfristige Investition

$$F_T \geq S e^{rT}$$

- Im Elektrizitätsmarkt unmöglich?

## Forwardpreise

### klassische Finanzmärkte

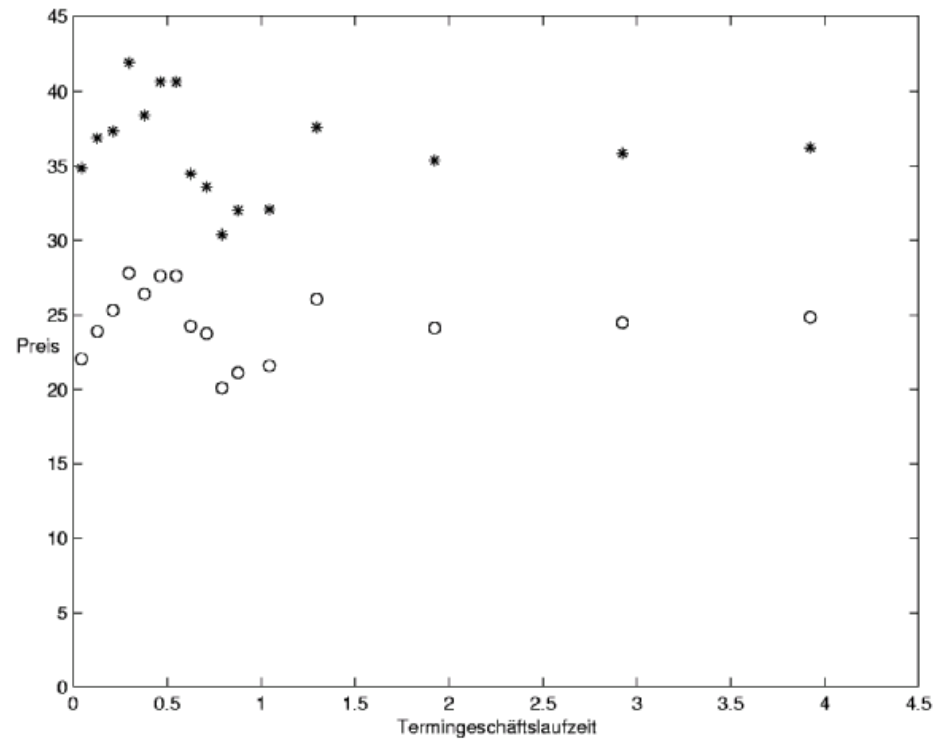
- enge Grenze durch No-Arbitrage
- Erwartung drückt sich im Spotpreis aus

### Elektrizitätsmarkt:

- nur weite Grenzen durch No-Arbitrage
- (risikoadjustierte) Erwartung über Preisentwicklung bestimmt den Preis

# Terminmarkt

- Forwardkurve: Terminpreise als Funktion der Fälligkeit (Liefertermin)



## Forwardpreise in Elektrizitätsmärkten

Beispielhafte Modellierung unter folgenden Voraussetzungen:

- Dynamik des Logarithmus des Spotpreises: Ornstein-Uhlenbeck-Process
- Marktteilnehmer sind risikoneutral, d.h.

$$F_t = E[P_T]$$

Forwardpreis:

$$F_t = E[P_T | P_t] = e^{e^{-k(T-t)} \ln P_t + u(1 - e^{-k(T-t)}) + \sigma^2(1 - e^{-2k(T-t)})/4k}$$

# Agenda

- Elektrizitätsmarkt im Überblick
- Spotmarkt
  - Datenanalyse
  - Modellierung
- Terminmarkt
  - Terminpreisbestimmung
  - Forwardkurvenmodellierung
- Optionen

## Plain-Vanilla Elektrizitätsoption

Beschreibung:

- Liefer-/Zahlstruktur wie bei Forwards
- Halter entscheidet, ob geliefert/gezahlt wird

Verhindert begrenzte Speicherbarkeit Arbitragebewertung?

## Bewertung von Plain-Vanilla Elektrizitätsoptionen

- Voraussetzung:  $dF_t = F_t \mu(t) dt + F_t \sigma(t) dW_t$
- Hedgeportfolio aus Option und Forward:

$$d\Pi_t = dV_t + \Delta c dF_t$$

- modifizierte Black-Scholes-Gleichung:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} F^2 \sigma(t)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial F^2} - rV = 0$$

- Black-76-Resultat

$$V(F, t) = -e^{-r(T-t)} c [FN(d_1) - KN(d_2)]$$

## Plain-Vanilla Optionen: Unrealistische Voraussetzung?

$$dF_t = F_t \mu(t) dt + F_t \sigma(t) dW_t$$

- Steht die Voraussetzung im Widerspruch zur mean-reverting Eigenschaft von Strom?
- Ito's Lemma zeigt für exponentiellen Ornstein-Uhlenbeck-Prozess

$$dF_t = F_t \sigma^2 e^{-2k(T-t)} / 2 dt + F_t e^{-k(T-t)} \sigma dW_t$$

- Nicht-mean-reverting Forwardpreise stehen nicht im Widerspruch zu mean-reverting Spotpreisen

## Exotische Energieoptionen

### Beispiele

- Spark-spread Optionen
- asiatische Optionen
- Cheapest-to-deliver Optionen
- Swing-Optionen/Take-or-Pay Optionen

### Ausblick:

- analytische Bewertung häufig nur in Spezialfällen möglich
- Numerische Lösungen über finite Differenzen oder Monte Carlo
- Risikostruktur kann Multi-Faktor-Modelle erfordern

d fine

deepest understanding finest consulting